

MA-1111—Segundo Parcial —

1. Sea f la función definida por: (10 puntos)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & , \text{ si } x < -2, \\ x^2 + 1 & , \text{ si } -2 \leq x < 0, \\ 4 & , \text{ si } x = 0, \\ \cos(x) & , \text{ si } x > 0. \end{cases}$$

- a) Diga, justificando, para cuales valores de x la función no es continua;
b) diga (y justifique) cuáles de las discontinuidades halladas en (a) son removibles (evitables) y, en caso de serlo, redefina la función para que sea continua en el punto considerado.
2. Halle la ecuación de la recta normal a la curva de ecuación

$$y = \frac{3x - 1}{x^2 - 4} - \frac{1}{3} \text{ en el punto } A(1, -1). \quad (8 \text{ puntos})$$

3. Averigüe (y justifique) si la ecuación:
 $x^3 - 3x^2 + 1 = 0$ tiene tres soluciones en el intervalo $[-1, 3]$ (7 puntos)

4. Sea g la función definida por:

$$g(x) = \begin{cases} 2x^2 & , \text{ si } x < -3, \\ ax + b & , \text{ si } x \geq -3. \end{cases}$$

Halle, si existen, valores de las constantes a , b , para los cuales la función dada sea continua y derivable en $x = -3$.
Justifique su respuesta. (10 puntos)